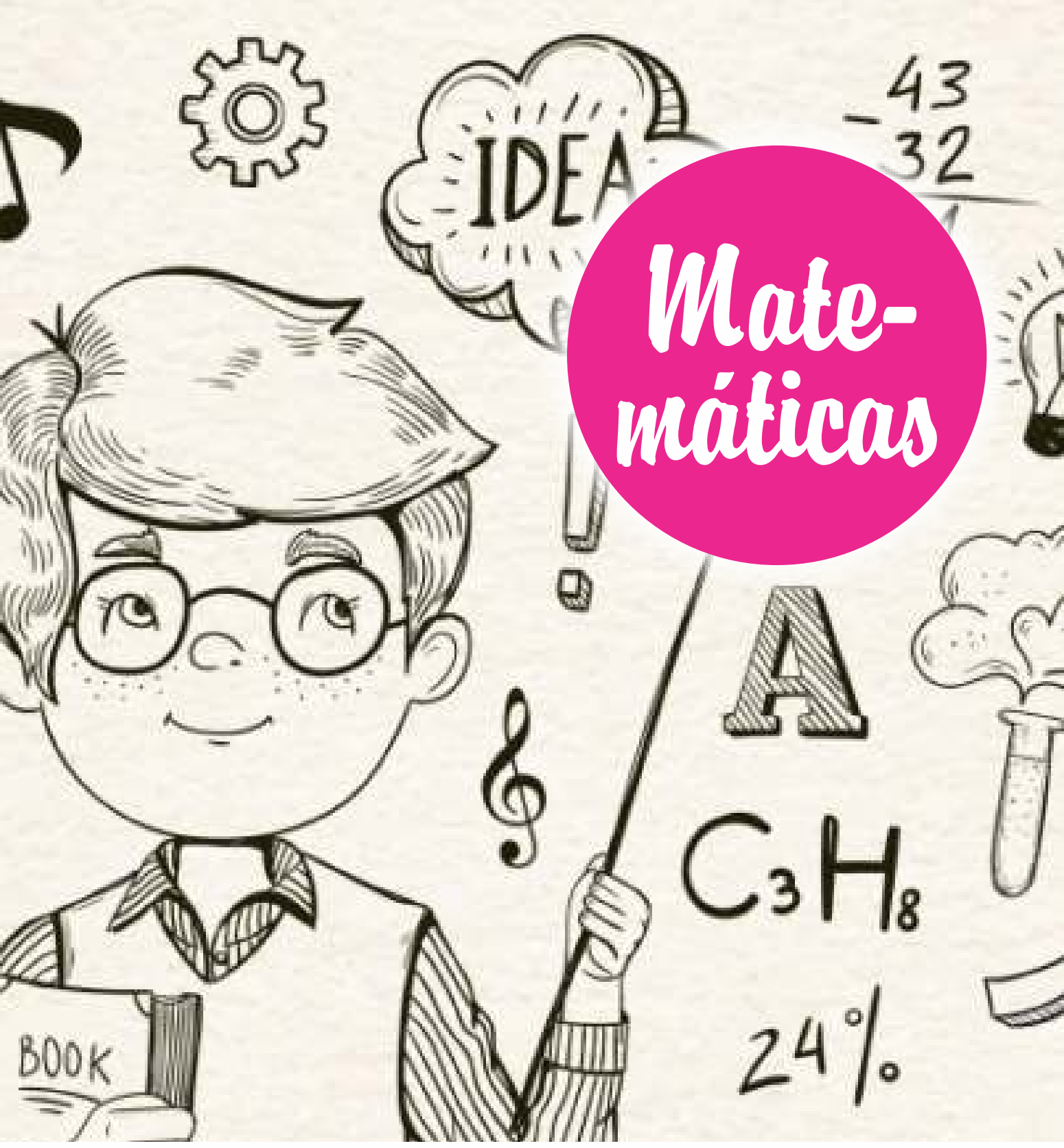
GOBERNACIÓN DEL AMAZONAS
Gestión y Ejecución

UNIPAZ
Decreto Ordenanzal 0331 de 1987
Gobernación de Santander
Vigilada Mineducación
NIT 800.024.581-3

Guía del ESTUDIANTE

MATEMÁTICAS

Marsof



Mate-máticas

UNIPAZ
Instituto Universitario de la Paz

Marsof

César Antonio Lugo Morales
Gobernador del Amazonas

Betsy Londoño Becerra
Secretaria de Educación de Amazonas

Oscar Orlando Porras Atencia
Rector Instituto Universitario para la Paz, Unipaz

Este proyecto se desarrolla en el marco del convenio interadministrativo 005, entre la Gobernación del Amazonas y el Instituto Universitario para la Paz, Unipaz, 2017.

Diseño y diagramación
Marsof, Soluciones Estratégicas Educativas, S.A.S
Carrera 29 No. 45-94 Oficina 204
Centro Empresarial Hotel Dann Carlton
Celular: 317 574 9813

Copyright Marsof
Colombia, marzo 2017
Reservados todos los derechos, Prohibida la reproducción total o parcial de esta obra, por cualquier medio, sin permiso escrito de Marsof.
Marsof ha realizado la estructura de esta cartilla citando fuentes, usando fragmentos, adaptando textos, o haciendo referencias citadas, según lo requerido por la Ley para reproducción, distribución y comunicación pública.

Impreso por Picture Publicidad - Colombia

Apreciados estudiantes

Una de las diez grandes apuestas que tiene el Plan de Desarrollo “Gestión y Ejecución para el Bienestar, la Conservación Ambiental y la Paz, 2016-2020, está aumentar la calidad de la educación y el mejoramiento de la infraestructura de las instituciones en el Amazonas.

Por ello y respondiendo a las necesidades de la comunidad educativa del Amazonas y siguiendo la línea de “Educar con calidad”, le apostamos a la propuesta hecha por el Instituto Universitario Para la Paz, Unipaz, con quienes realizamos un convenio interadministrativo, que buscará implementar la estrategia de formación académica para el mejoramiento de las Pruebas Saber 11, a los estudiantes de último año de las instituciones oficiales del departamento.

Uno de los hechos que mostraban que la calidad educativa del Amazonas no era de calidad, lo demostraron los resultados de las Pruebas Saber de los años 2014 y 2015, que ubicaron al departamento por debajo de la media nacional.

Ante esta imperiosa necesidad en mejorar la calidad educativa de los jóvenes, aceptamos esta propuesta de Unipaz que nos ofrece las herramientas, el personal idóneo y capacitado para preparar a los estudiantes para las Pruebas de Estado y que esperamos que sea de gran beneficio y se vea reflejado en los resultados de las Pruebas Saber 2017.

Queremos contar con el apoyo de los padres de familia y de los docentes, para que generemos espacios de acercamiento con nuestros estudiantes. Nuestro mayor deseo es formar jóvenes con visión de futuro, que sean los grandes líderes del mañana, que se preparen para enfrentar el mundo y sean los forjadores de un gran departamento.

Desde el gobierno departamental agradezco profundamente el compromiso de los padres de familia y de la comunidad educativa por el apoyo con este Proyecto, seguimos encaminados hacía un territorio bien educado y contamos con ustedes que son el principal y más importante componente para lograr un Amazonas con una excelente calidad educativa.

Con cariño
César Antonio Lugo Morales
Gobernador (e) del Amazonas

La educación es el gasto para la defensa más efectivo que existe. Kofi Annan

La Misión del Instituto Universitario de la Paz- UNIPAZ, es “contribuir al desarrollo humano, urbano y rural del Magdalena Medio y del país, entendido éste como la transformación de las condiciones económicas, sociales, políticas y culturales de la población, formando mujeres y hombres que con dignidad trabajen por la paz y la armonía con la naturaleza”. Es por eso que desde nuestro quehacer y rompiendo todas las distancias, es un motivo de alegría, orgullo y satisfacción llegar hasta diferentes rincones de la geografía Colombiana como el Departamento del Amazonas, una hermosa región de gran riqueza natural para nuestro país y el planeta.

Es así como aunando esfuerzos para aportar a la Educación del País nace el Convenio firmado entre UNIPAZ y la Gobernación del Amazonas, el cual no solo busca el mejoramiento en los resultados de las Pruebas Saber 11, sino también una alianza que busca implementar estrategias de acercamiento con la comunidad, por lo cual trabaja así mismo con los docentes y los padres de familia de los estudiantes del departamento.

En este mismo orden y con el ánimo de responder a los propósitos de la Secretaria de Educación del Amazonas, UNIPAZ brindará a los docentes de este departamento el diplomado en “Habilidades Gerenciales en la Educación”, con el fin de que sigan preparándose frente a los nuevos escenarios educativos.

Así mismo se busca trabajar con Escuelas de Padres generando espacios de encuentro y reflexión. Hoy en día es indispensable que ellos se involucren en la educación de sus hijos y por ello que se busca ese acercamiento, brindándoles herramientas y orientación en temas educativos en familia.

Iniciamos un nuevo rumbo enmarcado al horizonte de progreso académico recordando que la educación no se detiene, siendo este escenario una oportunidad de gran importancia para aportar desde la experiencia a este maravilloso proceso, en virtud de alcanzar los objetivos propuestos para logro un aprendizaje desarrollador en este lugar maravilloso como lo es el Departamento del Amazonas.

Cordialmente,

OSCAR ORLANDO PORRAS ATENCIA
Rector UNIPAZ

Querido Joven

El gobierno de Gestión y Ejecución del Departamento de Amazonas vemos como potencial de impulso social a nuestros jóvenes y es por eso, que invertimos en el mejoramiento de los resultados de las pruebas saber 11º como estrategia para tal fin, programa del cual eres tu beneficiario. Hoy te brindamos una herramienta para que se facilite tu ingreso a la educación superior haciendo de ti un estudiante con mayor capacidad de obtener buenos resultados en estas pruebas. Te deseo éxitos profesionales y espero que utilices al máximo esta estrategia de mejoramiento académico.

Con todo mi aprecio.

BETSY MIREYA LONDOÑO BECERRA
Secretaria de Educación

"La IMAGINACIÓN es aun mas importante que la Lógica"

CONTENIDO

	Pág.
INTRODUCCIÓN	9
DISTRIBUCIÓN DE LAS PREGUNTAS POR COMPETENCIAS	10
CONJUNTOS NUMÉRICOS	15
ALGEBRA	18
FUNCIONES	19
TRIGONOMETRÍA	21
LÍMITES	24
GEOMETRÍA	26
EJEMPLOS	28

INTRODUCCIÓN

La cartilla está dirigida hacia la urgente necesidad escolar de familiarizar al estudiante con preguntas y estrategias para afrontar satisfactoriamente las pruebas de estado Icfes Saber 11.

En el desarrollo de la cartilla encontraremos las diferentes distribuciones de las preguntas por competencias y pensamientos matemáticos. Se ofrecen ejemplos de preguntas y procesos efectivos de análisis de los enunciados con sus respectivas respuestas. También se propone una serie de preguntas estratégicamente distribuidas según los diferentes tipos de pensamiento y las competencias evaluadas por el Icfes en el desarrollo de la prueba.

Hacemos un repaso estratégico de las principales ecuaciones y fórmulas utilizadas, para resolver problemas con contenido geométrico, algebraico y numérico en diversos contextos.

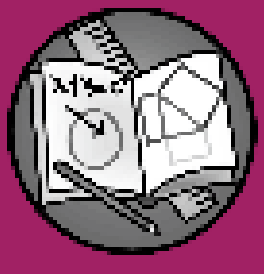
Teniendo en cuenta la necesidad de enfrentar la Prueba Saber Icfes 11 con herramientas sólidas, en esta cartilla se ofrecen diversas indicaciones y sugerencias para abordar la prueba con una mayor seguridad y efectividad, teniendo en cuenta la estructura general y el tipo de preguntas esquematizada en el sistema de competencias propias del área de matemáticas.

Encaminaremos nuestros esfuerzos hacia un fortalecimiento efectivo de cada uno de los tipos de pensamiento matemático (Pensamiento Numérico y Sistemas Numéricos; Pensamiento Espacial y Sistemas Geométricos; Pensamiento Métrico y Sistema de Medidas; Pensamiento Aleatorio y Sistema de Datos; Pensamiento Variacional y Sistemas Algebraicos y Analíticos), distribuidos en las siguientes competencias:

- **INTERPRETACIÓN Y REPRESENTACIÓN**
- **FORMULACIÓN Y EJECUCIÓN**
- **ARGUMENTACIÓN**

INTERPRETACIÓN Y REPRESENTACIÓN

Esta competencia, está dirigida hacia la lectura y correcta interpretación de diagramas, gráficos, tablas y símbolos de donde se puede extraer datos e información que permitan interpretar tendencias numéricas, e información suficiente para dar solución a situaciones, problemas y propuestas en el desarrollo de la prueba.



FORMULACIÓN Y EJECUCIÓN

En el desarrollo de esta competencia, se espera que el estudiante diseñe estrategias apoyadas en herramientas matemáticas, proponga y decida entre rutas posibles para la solución a problemas, siga estrategias dadas para encontrar soluciones y finalmente resuelva las situaciones con que se enfrente.

Esta competencia combina el proceso de formulación, tratamiento y resolución de problemas; el proceso de formulación, comparación y ejercitación de procedimientos; y el proceso de modelación y solución.

ARGUMENTACIÓN

En esta competencia se evalúa la capacidad de validar o descartar un posible proceso de solución, propuesto para dar respuesta a una situación o problema que se pueda modelar en un contexto matemático, dichas afirmaciones o refutaciones deben argumentarse sólidamente con bases matemáticas aplicadas de manera coherente con cada situación.

DISTRIBUCIÓN DE LAS PREGUNTAS POR COMPETENCIAS:

PORCENTAJE DE PREGUNTAS POR COMPETENCIA

- Interpretación y representación 34 %
- Formulación y ejecución 43 %
- Argumentación 23 %

PORCENTAJE DE PREGUNTAS POR CONTENIDO TEMÁTICO

- Estadística 35 %
- Geometría 22 %
- Álgebra y cálculo 43 %

CONTENIDO TEMÁTICO DE LA PRUEBA

Los contenidos matemáticos curriculares, son el recurso del que dispone un estudiante para enfrentar las situaciones de la prueba. Aunque hay distintas formas de organizar y clasificar los contenidos matemáticos (por ejemplo, en los Estándares están los pensamientos y sistemas).

Para la prueba de Matemáticas se han considerado tres categorías: estadística, geometría, y álgebra y cálculo. La última se entiende como el conjunto de herramientas propias de los pensamientos variacional, métrico y numérico, descritos en los Estándares, que le permiten al estudiante enfrentarse a situaciones o contextos.

PENSAMIENTO MATEMÁTICO

PENSAMIENTO NUMÉRICO Y SISTEMAS NUMÉRICOS	Comprensión del número, su representación, las relaciones que existen entre ellos y las operaciones que con ellos se efectúan en cada uno de los sistemas numéricos. Se debe aprovechar el concepto intuitivo de los números que el niño adquiere desde antes de iniciar su proceso escolar, en el momento en que empieza a contar, y a partir del conteo, iniciarlo en la comprensión de las operaciones matemáticas, de la proporcionalidad y de las fracciones. Mostrar diferentes estrategias y maneras de obtener un mismo resultado. Cálculo mental, logaritmos, uso de los números en estimaciones y aproximaciones.
PENSAMIENTO ESPACIAL Y SISTEMAS GEOMÉTRICOS	Examen y análisis de las propiedades de los espacios en dos y tres dimensiones y las formas y figuras que éstos contienen. Herramientas como las transformaciones, traslaciones y simetrías; las relaciones de congruencia y semejanza entre formas y figuras, y las nociones de perímetro, área y volumen. Aplicación en otras áreas de estudio.
PENSAMIENTO MÉTRICO Y SISTEMAS DE MEDIDAS	Comprensión de las características mensurables de los objetos tangibles y de otros intangibles como el tiempo, de las unidades y patrones que permiten hacer las mediciones, de los instrumentos utilizados para hacerlas. Es importante incluir en este punto el cálculo aproximado o estimación para casos en los que no se dispone de los instrumentos necesarios, para hacer una medición exacta. Margen de error, relación de la matemática con otras ciencias.

PENSAMIENTO ALEATORIO Y SISTEMA DE DATOS	Situaciones susceptibles de análisis a través de recolección sistemática y organizada de datos. Ordenación y presentación de la información, gráficos y su interpretación, métodos estadísticos de análisis, nociones de probabilidad, relación de la aleatoriedad con el azar y noción del azar como opuesto a lo deducible; como un patrón que explica los sucesos que no son predecibles o de los que no se conoce la causa. Ejemplos en situaciones reales, tendencias, predicciones, conjeturas.
PENSAMIENTO VARIACIONAL Y SISTEMAS ALGEBRAICOS Y ANALÍTICOS	Procesos de cambio, concepto de variable. el álgebra como sistema de representación y descripción de fenómenos de variación y cambio. relaciones y funciones con sus correspondientes propiedades y representaciones gráficas.

ORGANIZACIÓN DE LOS ESTÁNDARES DE MATEMÁTICAS

Los estándares que se describen consideran tres aspectos que siempre deben estar presentes:

- Planteamiento y resolución de problemas.
- Razonamiento matemático (formulación, argumentación, demostración).
- Comunicación matemática. Consolidación de la manera de pensar (coherente, clara, precisa).

PROCESOS MATEMÁTICOS

a. PLANTEAMIENTO Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

La capacidad para plantear y resolver problemas, debe ser una de las prioridades del currículo de matemáticas. Los planes de estudio deben garantizar que los estudiantes desarrollen herramientas y estrategias para resolver problemas de carácter matemático, bien sea, en el campo mismo de las matemáticas o en otros ámbitos relacionados con ellas.

También es importante desarrollar un espíritu reflexivo acerca del proceso que ocurre cuando se resuelve un problema o se toma una decisión.

b. RAZONAMIENTO MATEMÁTICO

El currículo de matemáticas de cualquier institución, debe reconocer que el razonamiento, la argumentación y la demostración constituyen piezas fundamentales de la actividad matemática. Además de estimular estos procesos en los estudiantes, es necesario que se ejerciten en la formulación e investigación de conjeturas y que aprendan a evaluar argumentos y demostraciones matemáticas. Para ello deben conocer y ser capaces de identificar diversas formas de razonamiento y métodos de demostración.

c. COMUNICACIÓN MATEMÁTICA

Mediante la comunicación de ideas, sean de índole matemática o no, los estudiantes consolidan su manera de pensar. Para ello, el currículo deberá incluir actividades que les permitan comunicar a los demás, sus ideas matemáticas de forma coherente, clara y precisa.

PENSAR CON LA ORGANIZACIÓN Y CLASIFICACIÓN DE DATOS

Comparo investigaciones que encuentro en los medios de comunicación o que hacemos en el colegio; analizo y justifico los resultados.

Diseño experimentos aleatorios relacionados con las ciencias físicas, naturales y sociales para estudiar un problema o responder una pregunta.

Estudio conjuntos de variables relacionadas y describo las tendencias que observo. Interpreto datos de información (datos de población, muestras, variables, estadígrafos y parámetros).

Comprendo y utilizo medidas de centralización, localización, dispersión y correlación (percentiles, cuartiles, centralidad, distancia, rango, varianza, covarianza y normalidad). Interpreto conceptos de probabilidad condicional y eventos independientes.

Resuelvo y formulo problemas de conteo y probabilidad (combinaciones, permutaciones, espacio muestral, muestreo aleatorio, muestreo con reemplazamiento); propongo inferencias a partir del estudio de muestras probabilísticas.

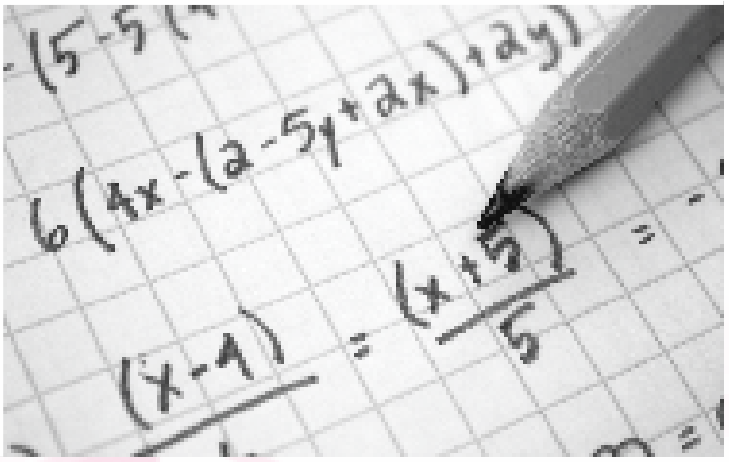
PENSAR CON VARIACIONES Y CON ÁLGEBRA

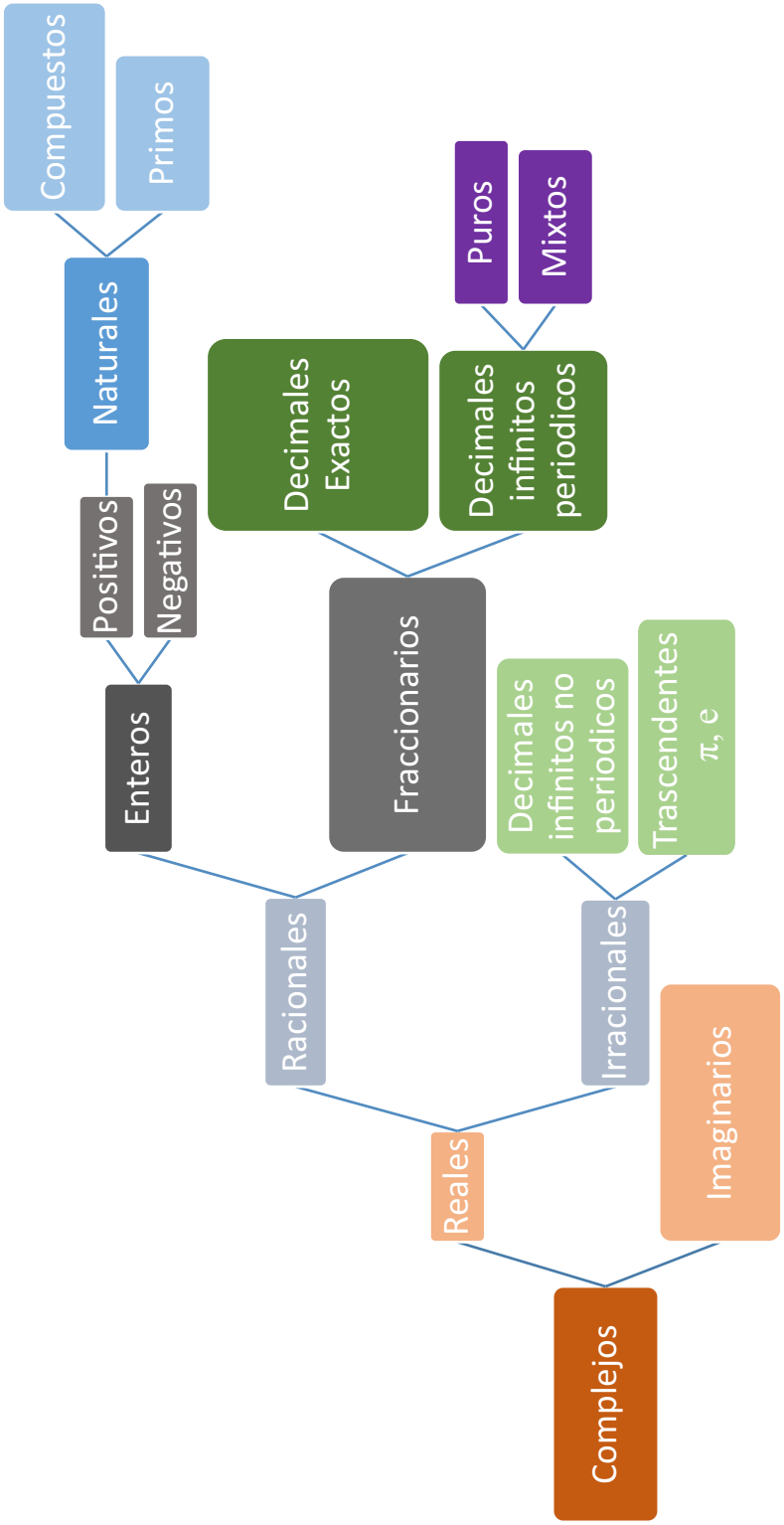
Utilizo las técnicas de aproximación en procesos numéricos infinitos.

Interpreto la noción de derivada como razón de cambio instantánea en contextos matemáticos y no matemáticos (velocidad, aceleración).

Observo las propiedades y analizo las relaciones entre las expresiones algebraicas y las gráficas de funciones. Utilizo las funciones trigonométricas para diseñar situaciones de variación periódica.

Para todas las competencias se necesitan de conceptos básicos que a medida que se vaya avanzando estos tendrán un poco más de complejidad.




Compuestos
Primos
Naturales
Positivos
Negativos
Enteros
Puros
Mixtos
Decimales Exactos
Decimales infinitos periodicos
Fraccionarios
Racionales
Decimales infinitos no periodicos
Trascendentes π, e
Irracionales
Reales
Imaginarios
Complejos

CONJUNTOS NUMÉRICOS

Los sistemas de numeración, surgen por la necesidad del hombre para representar cantidades. Fueron evolucionando durante miles de años hasta llegar a nuestros días. Aquí le presentamos una caracterización de cómo se encuentran relacionados y constituidos.

NÚMEROS NATURALES:

Surgen de la necesidad básica para llevar cuentas, se simbolizan por la letra $\mathbb{N}$ y se subdividen en números primos y números compuestos.

$$\mathbb{N} = \{1,2,3,4,5, \dots\}$$

NÚMEROS PRIMOS:

Son aquellos números que dentro el conjunto de los números naturales, solo tienen dos divisores: el uno y ellos mismos.

$$P = \{2,3,5,7,11,13,17,19,23,29,31,37,41,43,47,53, \dots\}$$

NÚMEROS COMPUESTOS:

Son aquellos que están conformados por el producto o multiplicación entre dos o más números primos. Ejemplo.

$$6 = 2 * 3; \quad 4 = 2 * 2; \quad 15 = 3 * 5; \quad 42 = 2 * 3 * 7$$

NÚMEROS ENTEROS:

Son la evolución de los números naturales, están conformados por los números naturales, sus opuestos o negativos y el cero. El conjunto de los números enteros se simboliza con la letra $\mathbb{Z}$

$$\mathbb{Z} = -\mathbb{N} \cup \{0\} \cup \mathbb{N}$$
$$\mathbb{Z} = \{\dots -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$$

NÚMEROS RACIONALES:

Son la evolución de los enteros; matemáticamente se defienden como el cociente entre dos números enteros, donde el divisor o denominador no puede ser cero; están conformados por los números enteros y los no enteros o decimales, los cuales pueden ser de dos clases, decimales exactos y decimales periódicos infinitos. El conjunto de números racionales se simboliza con la letra $\mathbb{Q}$.

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{p}{q}; \text{ donde } p, q \in \mathbb{Z} \; y \; q \neq 0 \right\}$$

DECIMALES ENTEROS:

Son aquellos que, al realizar la división, su cociente es un número entero. Por ejemplo:

$$\frac{6}{2} = 3; \qquad -\frac{8}{4} = -2; \qquad \frac{-36}{3} = -12$$

DECIMALES EXACTOS:

Son aquellos que al realizar la división su cociente tiene una cantidad exacta de cifras decimales. Por ejemplo:

$$\frac{1}{2} = 0{,}5 \qquad -\frac{5}{4} = -1{,}25 \qquad \frac{-10}{16} = -0{,}625$$

DECIMALES PERIÓDICOS INFINITOS:

Son aquellos que al realizar la división una o varias de sus cifras decimales se repiten cíclicamente infinitas veces, se acostumbra a trazar una pequeña línea sobre las cifras que se están repitiendo. Algunos ejemplos:

$$\frac{2}{3} = 0.6666666 \ldots \qquad -\frac{8}{6} = -1.3333333 \ldots \qquad \frac{-3600}{123} = -29{,}2682926\overline{829268}$$

NÚMEROS IRRACIONALES:

Los números irracionales no tienen ningún tipo de relación con los racionales, es decir que su intersección con el conjunto de números racionales es vacía (no existe ningún número que esté en los dos conjuntos), luego todo número que no sea racional entonces es irracional. Los números irracionales son de dos clases; racionales algebraicos y racionales trascendentes.

IRRACIONALES ALGEBRAICOS:

Son decimales infinitos no periódicos, obtenidos de operaciones tales como $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$ y $\sqrt[3]{5}$ entre muchas otras.

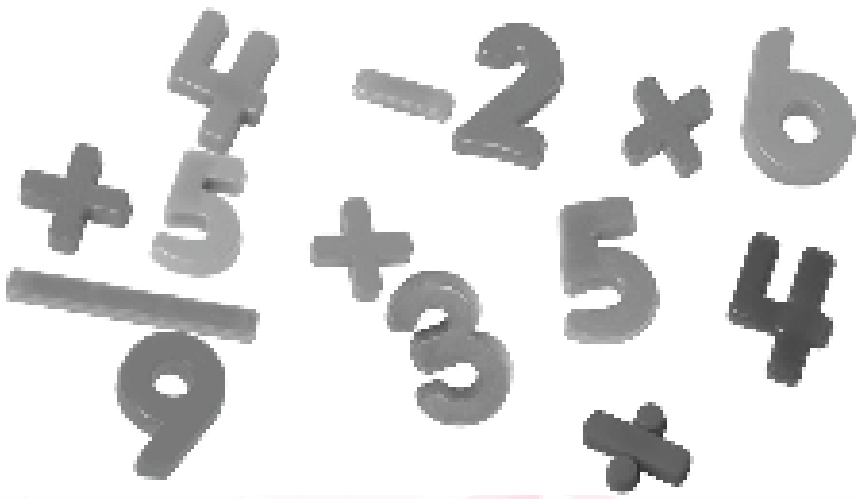
IRRACIONALES TRASCENDENTES:

son aquellos que no se obtienen de manera algebraica, como por ejemplo el número π el número de Euler (e) y el número áureo (φ), entre otros.

NÚMEROS REALES:

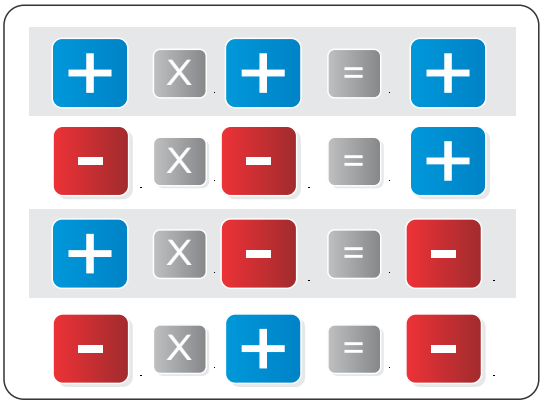
Los números reales de simbolizan con la letra $\mathbb{R}$ y se definen como la unión entre los números racionales y los irracionales.

$$\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{Q}'$$



ALGEBRA

LEY DE SIGNOS PARA LA MULTIPLICACIÓN:



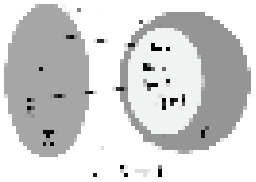
RELACION ENTRE PRODUCTOS NOTABLES Y FACTORIZACIÓN

	PRODUCTOS NOTABLES		PRODUCTOS NOTABLES	
1.	Multiplicación de un monomio por un polinomio	$a(b+c)$	$ab+ac$	Factor común
2.	Multiplicación de dos polinomios	$(a+b)(c+d)$	$ac+ad+bc+bd$	Factor común por agrupación
3.	Producto de la suma por la diferencia de dos cantidades iguales	$(a+b)(a-b)$	a^2-b^2	Diferencia de cuadrados perfectos
4.	Cuadrado de la suma de dos cantidades	$(a+b)^2$	$a^2+2ab+b^2$	Trinomio cuadrado perfecto
5.	Productos de la forma $(x+a)(x+b)$	$(x+a)(x+b)$	$x^2+(a+b)x+ab$	Trinomio de la forma x^2+bx+c
6.	Productos de la forma $(mx+a)(mx+b)$	$(mx+a)(mx+b)$	$mnx^2+(bm+an)x+ab$	Trinomio de la forma ax^2+bx+c

FUNCIONES

Una función es una relación entre dos conjuntos, uno llamado de partida y el otro de llagada, en donde a cada elemento del dominio le corresponde una y solo una imagen en el conjunto de llegada.

Las funciones de variable real se clasifican en algebraicas y trascendentes.



El dominio de una función es el conjunto de existencia de ella misma, es decir, los valores para los cuales la función está definida.

- **ALGEBRAICAS:**
  Están conformadas por las funciones polinómicas, funciones racionales, funciones radicales y las llamadas funciones a trozos dentro de las que se encuentra entre otras la función valor absoluto.

- **POLINÓMICAS**:
  Las funciones polinómicas se clasifican según el grado del polinomio que las representa: funciones contantes, lineales, cuadráticas, cúbicas, etc. Su dominio son todos los reales. A continuación, se muestran en su forma general.

  - **FUNCIÓN CONSTANTE**: su gráfica es una línea recta horizontal que pasa por el valor y=k donde k es un valor real.

$$f(x) = k$$

  - **FUNCIÓN LINEAL:** su gráfica es una línea recta, inclinada hacia la derecha si el valor de m es positivo e inclinada hacia la izquierda si el valor de m es negativo. "El valor m es llamado pendiente de la recta y b el punto de corte con el eje y".

$$f(x) = mx + b;\ m \neq 0$$

  - **FUNCIÓN CUADRÁTICA**: También llamada función parabólica, pues su gráfica representa una parábola que abre hacia arriba si el valor de a es positivo, y una parábola que abre hacia abajo si el valor de a es negativo. El punto más importante de una función cuadrática es el vértice, es llamado punto máximo o mínimo.

    El vértice se ubica en la coordenada (h, k); donde $h = \frac{-b}{2a}$ y $k = f(h)$.

    Toda función cuadrática tiene la forma:

$$f(x) = ax^2bx + c \text{ ; Donde } a, b, c \in \mathbb{R} \text{ y } a \neq 0$$

- **FUNCIÓN CÚBICA**: la función cúbica es una función polinómica derivada de un polinomio de grado 3.

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d \text{ ; Donde } a, b, c, d \in \mathbb{R} \text{ y } a \neq 0$$

- **FUNCIÓN RACIONAL***:* Son aquellas funciones que asemejan una fracción, pero en las cuales tanto el numerador como el denominador son polinomios. El dominio de estas funciones está restringido por su denominador.

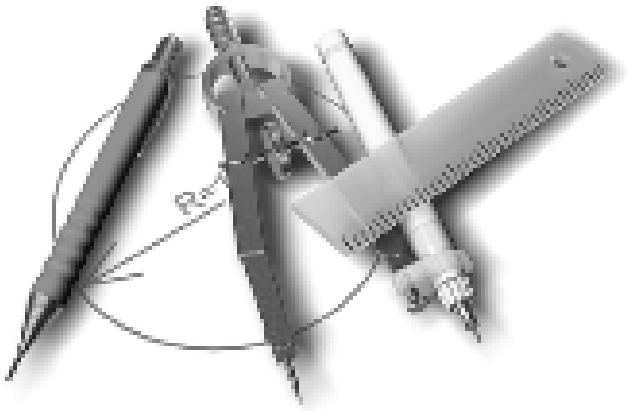
$$f(x) = \frac{p(x)}{q(x)} \text{ ; Donde } p(x) \text{ y } q(x) \text{ son polinomios con } q(x) \neq 0.$$

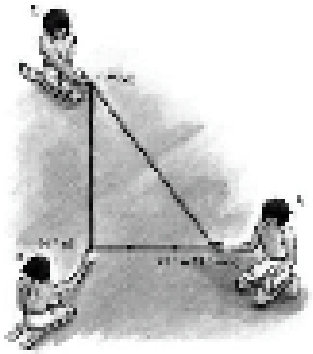
- **FUNCIÓN RADICAL:** se puede clasificar en dos, cuando el índice de la raíz es par o cuando dicho valor es impar. Las funciones raíz de índice par están restringidas en su dominio solo a valores no negativos en su cantidad sub-radical o discriminante.

  - Si n es par: $f(x) = \sqrt[n]{g(x)}$; $Dom_{f(x)} = \{x \in \mathbb{R}: g(x) \geq 0\}$
  - Si n es impar: $f(x) = \sqrt[n]{g(x)}$; $Dom_{f(x)} = Dom_{g(x)}$

TRASCENDENTES: Las funciones trascendentes se clasifican en:

Trigonométricas,Logarítmicas y Exponenciales.



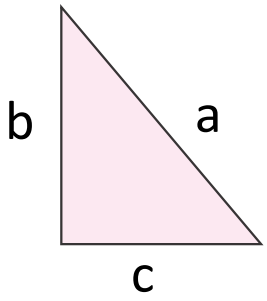


TRIGONOMETRÍA

Los ángulos se pueden medir en grados sexagesimales y radianes. Un ángulo de ***1 radián*** es aquel cuyo arco tiene longitud igual al radio.

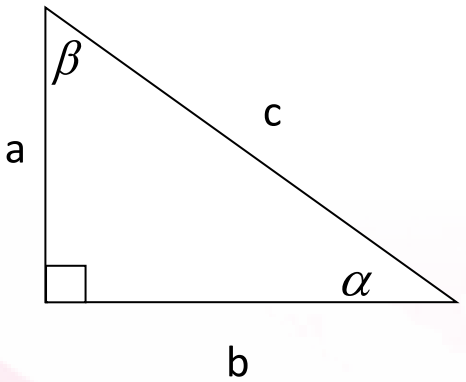
• 360º = 2π radianes (una vuelta completa)	- Un ángulo recto mide $\frac{\pi}{2}$ radianes (un cuarto de vuelta)
• 180º = π radianes (media vuelta)	- Como 180º = π rad, resulta que 1º = $\frac{\pi}{180}$ rad

TEOREMA DE PITÁGORAS



RELACIONES TRIGONOMÉTRICAS E IDENTIDADES

Funciones trigonométricas: seno (sen), coseno (cos), tangente (tan), cotangente (cot), secante (sec) y cosecante (cosec).



En un triángulo rectángulo, estas funciones se definen como sigue:

$$\text{sen } \alpha = \frac{cateto\ opuesto}{hipotenusa} \qquad \tan \alpha = \frac{cateto\ opuesto}{cateto\ adyacente}$$

$$\sec \alpha = \frac{hipotenusa}{cateto\ adyacente}$$

$$\cos \alpha = \frac{cateto\ adyacente}{hipotenusa} \qquad \cot \alpha = \frac{cateto\ adyacente}{cateto\ opuesto}$$

$$\text{cosec } \alpha = \frac{hipotenusa}{cateto\ opuesto}$$

Aquí podemos darnos cuenta que basta con conocer las funciones sen α y cos α para poder calcular las otras funciones, veamos por qué:

$$\tan \alpha = \frac{sen\ \alpha}{\cos \alpha} \qquad \cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{sen\ \alpha} \qquad \sec \alpha = \frac{1}{\cos \alpha} \qquad \text{cosec } \alpha = \frac{1}{sen\ \alpha}$$

$$sen^2\alpha + \cos^2 \alpha = 1.$$

FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS: las funciones trigonométricas pueden ser circulares e hiperbólicas y a su vez se clasifican en directas o inversas.
Funciones trigonométricas circulares

- $f(x) = \text{sen}\, x$
- $f(x) = \cos x$
- $f(x) = \tan x$
- $f(x) = \cot x$
- $f(x) = \sec x$
- $f(x) = \csc x$

FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS CIRCULARES INVERSAS: las funciones inversas se pueden expresar de dos formas como se muestra a continuación.

- $f(x) = \text{sen}^{-1} x = \text{arcsen}\, x$
- $f(x) = \cos^{-1} x = \arccos x$
- $f(x) = \tan^{-1} x = \arctan x$
- $f(x) = \cot^{-1} x = \text{arccot}\, x$
- $f(x) = \sec^{-1} x = \text{arcsec}\, x$
- $f(x) = \csc^{-1} x = \text{arccsc}\, x$

Funciones trigonométricas hiperbólicas

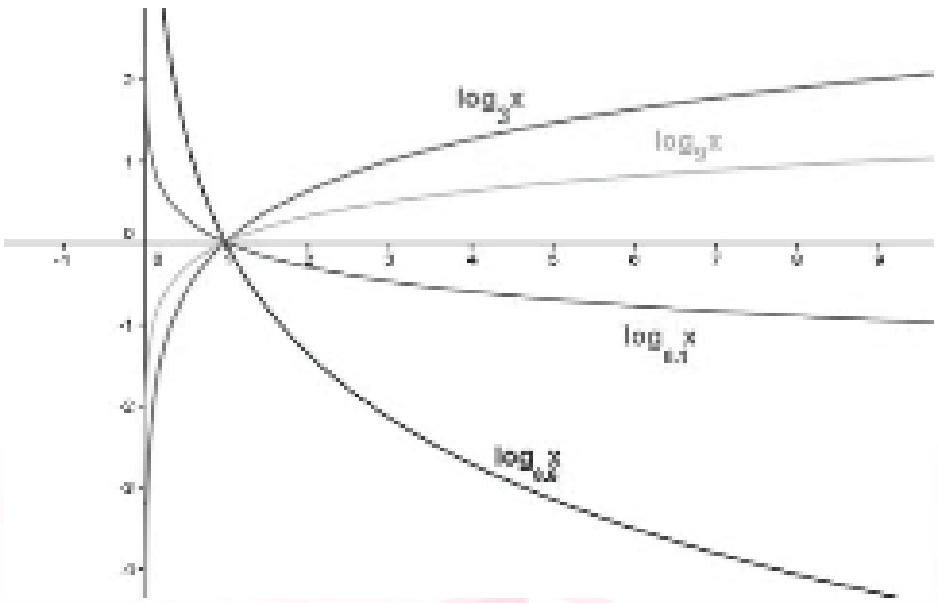
- $f(x) = \operatorname{senh} x$
- $f(x) = \cosh x$
- $f(x) = \tanh x$
- $f(x) = \coth x$
- $f(x) = \operatorname{sech} x$
- $f(x) = \operatorname{csch} x$

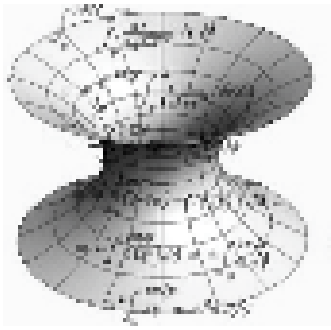
FUNCIÓN LOGARÍTMICA*:* La función logaritmo, es la función inversa de la función exponencial, en su dominio están restringidas solo a valores positivos. El valor a

$$\begin{cases} f(x) = \log_a[\,g(x)\,]\,; & Dom_{f(x)} = \{x \in \mathbb{R}: g(x) > 0\} \\ f(x) = \ln[g(x)]; & Dom_{f(x)} = \{x \in \mathbb{R}: g(x) > 0\} \end{cases}$$

FUNCIÓN EXPONENCIAL: la función exponencial es la función inversa de la función logarítmica.

$$\begin{cases} f(x) = a^{g(x)}; & \text{con } a > 0 \text{ y } a \neq 1 \\ f(x) = e^{g(x)}; & \text{donde } \boldsymbol{e} \text{ representa el número de Euler} \end{cases}$$





LÍMITES

Los límites son magnitudes que se acercan a un punto determinado y nos dan información de la tendencia que tiene una función cuando se acerca a un determinado valor.

En el siguiente cuadro se encontrarán varias propiedades de los límites y ejemplos de cada una.

PROPIEDADES DE LOS LÍMITES

Propiedad	Teorema
Función constante	$\lim_{x\to a} k = k$ $\lim_{x\to 3} 9 = 9$
Identidad	$\lim_{x\to a} x = a$ $\lim_{x\to 5} x = 5$
Factor constante	$\lim_{x\to a} kf(x) = k\lim_{x\to a} f(x)$ $\lim_{x\to 3} 8x = 8\lim_{x\to 3} x$
Suma	$\lim_{x\to a} f(x) + g(x) = \lim_{x\to a} f(x) + \lim_{x\to a} g(x)$ $\lim_{x\to 5}(X+5) + X^2 = \lim_{x\to 5}(X+5) + \lim_{x\to 5} X^2$
Diferencia	$\lim_{x\to a} f(x) - g(x) = \lim_{x\to a} f(x) - \lim_{x\to a} g(x)$ $\lim_{x\to 5}(2X+7) + X^2 = \lim_{x\to 5}(2X+7) + \lim_{x\to 5} X^2$
Producto	$\lim_{x\to a} f(x) * g(x) = \lim_{x\to a} f(x) * \lim_{x\to a} g(x)$ $\lim_{x\to 5}(2X+7) * X^2 = \lim_{x\to 5}(2X+7) * \lim_{x\to 5} X^2$
Cociente	$\lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x\to a} f(x)}{\lim_{x\to a} g(x)}$ donde $\lim_{x\to a} g(x) \neq 0$
Potencia	$\lim_{x\to a}(f(x))^p = (\lim_{x\to a} f(x))^p$

DERIVADA

La derivada de una función es la medida de la variación de la velocidad de la variable independiente en un punto determinado.

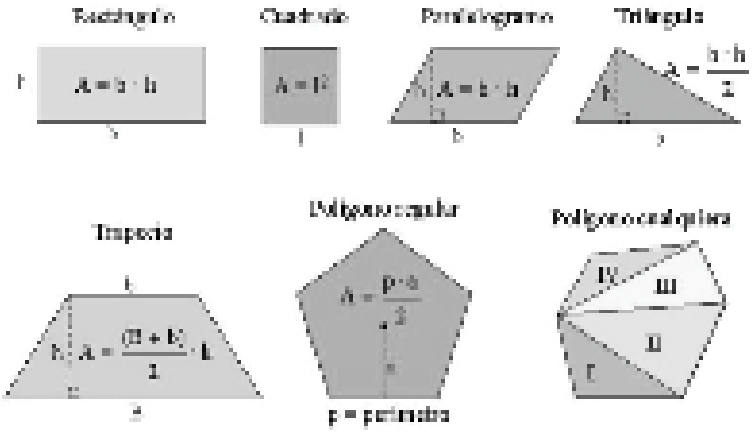
En el siguiente cuadro se encontrarán varias propiedades de la derivada y ejemplos de cada una.

Propiedad	Condición	Teorema
Constante	$f(x) = c$ $f(x) = 5$ $f(x) = ln3$	$f'(n) = 0$
Potencia	$f(x) = x^s$ donde s es un número distinto de cero	$f'(x) = sx^{s-1}$
	$f(x) = x^4$	$f'(x) = 4x^3$
	$f(x) = x^0$	$f(x) = 0$ No cumple con la propiedad.
Factor constante	$f(x) = cx$ donde c es una constante	$f'(cx) = cf'(x)$
	$f(x) = 4x^5$	$f'(x) = 4f'(x)$
Suma	F y g sean derivables en x	$(f + g)'(x) = f'(x) + g'(x)$
	$f(x) = x^4 + 5 + 3x$	$f'(x) = 4x^3 + 0 + 3$
Resta	F y g sean derivables en x	$(f - g)'(x) = f'(x) - g'(x)$
	$f(x) = x^4 - 2x$	$f'(x) = 4x^3 - 2$
Producto	$f(x) = U(x).V(x)$ f , U y V sean derivables en x	$f'(x) = U'(x).V(x) + U(x).V'(x)$
	$f(x) = (3x).sen(x)$	$f'(x) = 3.sen(x) + 3x.cos(x)$
Cociente	$f(x) = \frac{U(x)}{V(x)}$	$f'(x) = \frac{U'(x).V(x) - U(x).V'(x)}{(V(x))^2}$
	$f(x) = \frac{(3x)}{sen(x)}$	$f'(x) = \frac{3.sen(x) + 3x.cos(x)}{(sen(x))^2}$

GEOMETRÌA

La geometría nos enseña a observar objetos con diferentes formas, tamaños y volúmenes. Esto hace que podamos describir exactamente el mundo que nos rodea.

En el siguiente cuadro encontrarán figuras geométricas, las cuales podrán calcular el perímetro, área y volumen dependiendo de la figuras (planas o con volumen).



FÓRMULAS DE PERÍMETROS, ÁREAS Y VOLÚMENES

Nombre	Perìmetro	Àrea
Triángulo	P = Perímetro = = Suma de los lados P = b + c + d	$A = \frac{b \cdot a}{2}$ $A = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ p = semiperímero
Cuadrado	P = 4 · a	$A = a^2$
Rectángulo	P = 2(b + a)	A = b · a
Rombo	P = 4 · a	$A = \frac{D \cdot d}{2}$
Romboide	P = 2(b + c)	A = b · a
Trapecio	P = B + c + b + d	$A = \frac{B + b}{2} \cdot a$
Trapezoide	P = a + b + c + d	A = Suma de las áreas de los dos triángulos
Polígono regular	P = n[illegible]	$A = \frac{1}{2} P \cdot a$

Nombre	Longitud	Àrea
Circunferencia	$L = 2\pi R$	No Aplica
Arco	$L = \frac{2\pi R}{360}\ n^o$	No Aplica
Círculo	No Aplica	$A = \pi R^2$
Sector circular	No Aplica	$A = \frac{\pi R^2}{360} \times n^o = \frac{R^2}{2} \times \alpha$ nº = grados α = radianes
Corona circular	No Aplica	$A = \pi(R^2 - r^2)$

Nombre	Área Lateral	Área Total	Volumen
Prisma	P = Perímetro h=Altura $A_L = P.h$	$A_T = A_L + 2A_b$ A_b = Área base	$V = A_b.h$
Pirámide	$A_L = P.\frac{a}{2}$	$A_T = A_L + A_b$	$V = \frac{1}{3}A_b.h$
Tronco de Pirámide	$A_L = \frac{P+p}{2}.a$	$A_T = A_{B_1} + A_{B_2} + A_L$	$V = \frac{1}{3}\left(\frac{A_{B_1} + A_{B_2} + }{+\sqrt{A_{B_1}A_{B_2}}}\right).H$
Cilindro	$A_L = 2\pi r.h$	$A^T = 2\pi r.h + 2(\pi r^2)$	$V = (\pi r^2).h$
Cono	$A_L = \pi R.g$ g= generatríz	$A_T = \pi r.g + \pi r^2$ $A_T = A_L + A_b$	$V = \frac{1}{3}(\pi r^2).h$
Tronco de Cono	$A_L = \pi(R+r).g$	$A_T = A_L + A_{bases}$	$V = \frac{1}{3}\left(\frac{A_{B_1} + A_{B_2} + }{+\sqrt{A_{B_1}A_{B_2}}}\right).H$
Esfera	No Aplica	$A_T = 4\pi r^2$	$V = \frac{4}{3}\pi r^3$

EJEMPLOS DE PREGUNTAS POR COMPETENCIA:

Interpretativa y representación

La tabla uno muestra el desempeño del equipo local de fútbol en el presente torneo.				
GANADOS	PERIODOS	EMPATADOS	GOLES A FAVOR	GOLES EN CONTRA
6	4	3	12	17

- De las tablas presentadas a continuación, la que mejor representa los puntos obtenidos (por partido ganado obtienen 3 puntos y por el empate 1) y la diferencia de gol es:

A.

Puntos	6
Diferencia de Gol	12

B.

Puntos	18
Diferencia de Gol	-5

C.

Puntos	9
Diferencia de Gol	17

D.

Puntos	21
Diferencia de Gol	-5

COMPETENCIA	**INTERPRETACION Y REPRESENTACIÓN**
CONTENIDO	**ESTADÍSTICA**
RESPUESTA CORRECTA	**D**

FORMULACIÓN Y EJECUCIÓN:

La tabla presenta el número de personas de una población sub tropical, que han manifestado síntomas relacionados con una enfermedad de carácter viral transmitida por la picadura de un insecto. En la gráfica se encuentra la relación entre el número de enfermos y el número de encuestados por sector.

SECTOR ENCUESTADO	ENFERMOS(síntomas relacionados al vector)
La Milagrosa	1 de cada 30
Divino Niño	3 de cada 29
El Descanso	12 de cada 20
Ciudad Chica	13 de cada 30

· ¿En cuál de los sectores de la población sometidos al estudio, hay mayor posibilidad de estar infectado con este virus?

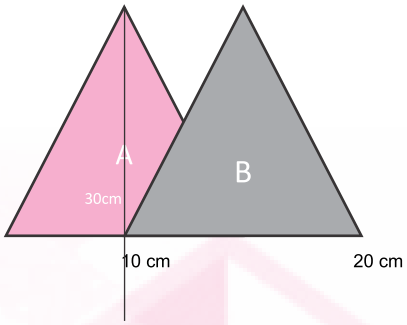
a) La Milagrosa
b) Divino Niño
c) El Descanso
d) Ciudad Chica

COMPETENCIA	**FORMULACIÓN Y EJECUCIÓN**
CONTENIDO	**ESTADÍSTICA**
RESPUESTA CORRECTA	**C**

ARGUMENTACIÓN:

Responda la siguiente pregunta teniendo en cuenta la información representada en la figura 1.

Figura 1



· En la figura 1, se observan dos triángulos isósceles congruentes sobrepuestos como lo muestra el gráfico, es correcto afirmar que el área solapada del triángulo A es igual a 1/4 del área total del triángulo B porque:

a) La base los triángulos se sobrepone desde la cuarta parte de uno de ellos.
b) Porque teniendo en cuenta la simetría de los triángulos isósceles, la forma de superposición de los triángulos y el teorema de Tales, podemos observar que la altura del triángulo formado por la superposición de los triángulos A y B es la mitad la de A.
c) Porque la correspondencia entre los tres triángulos es: lado-ángulo-lado y el vértice superior de los triángulos A y B es congruente con los ángulos de sus respectivas bases y alturas.

Porque a simple vista se observa que es más pequeña el área sobrepuesta.

COMPETENCIA	**ARGUMENTACIÓN**
CONTENIDO	**GEOMETRÍA**
RESPUESTA CORRECTA	**B**

EXPLICACIÓN:

El área del triángulo está dada por la ecuación $AREA = \frac{\text{BASE x ALTURA}}{2}$

$área(A) = \frac{20\text{cm x } 30\text{cm}}{2}$ $área(S) = \frac{10\text{cm x } 15\text{cm}}{2}$ y comparando los resultados obtenemos:

Área A=300 cm² y área S=75 cm² donde 300 cm²=75 cm²x4, luego 75 es la cuarta parte de 300.

ACTIVIDAD DE REFUERZO:

1. Juan compra 12 dulces por 3000 pesos. Si al día siguiente el precio de cada dulce se incrementó a 300 pesos, cuanto se ahorró Juan por comprarlos con el precio anterior.

A) 200 pesos C) 300 pesos
B) 3600 pesos D) 600 pesos

2. Determina el valor que falta en la siguiente tabla

X	1	3	4	6
Y	3	7		13

A) 8
B) 9
C) 10
D) 11

3. En un salón de clase de 38 estudiantes, se preguntó a cada uno de ellos ¿si adquieren los alimentos de la merienda en el colegio o los traen de casa? La encuesta tenía la siguiente estructura y se podía marcar más de una respuesta:

TRAE LOS ALIMENTOS DE SU CASA	SI		NO	
COMPRA LA MERIENDA EN EL COLEGIO	SI		NO	
NO CONSUME ALIMENTOS EN LA JORNADA EDUCATIVA	SI		NO	

Si 10 estudiantes traen alimentos de sus casas y 32 compran en el colegio, ¿Cuántos estudiantes respondieron que afirmativamente en las dos primeras opciones? Sabiendo que ninguno respondió afirmativamente en la tercera opción.

A) 4
B) 9
C) 10
D) 32

4) En una encuesta realizada a 300 consumidores, se obtuvieron los siguientes resultados:

PRODUCTO	INVERSIONISTAS
TIPO A	180
TIPO B	130
AMBOS	40

Inversionistas Producto 180 Tipo A ,130 Tipo B, 40 ambos. En la tabla anterior, si se elige uno de los consumidores al azar, ¿Cuál es la probabilidad de que no prefiera el producto tipo A ni el B?

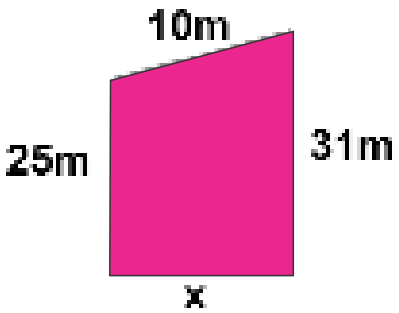
A) 0.13
B) 0.22
C) 0.36
D) 0.4

5) María compra X dulces por Y pesos y Ricardo compra Y dulces por X pesos. Determina el promedio del costo por dulce de todos los dulces que compraron Laura y Juan.

A) $P = \frac{XY}{X+Y}$ C) $P = \frac{X+Y}{XY}$

B) $P = \frac{2XY}{X+Y}$ D) $P = \frac{2(X+Y)}{XY}$

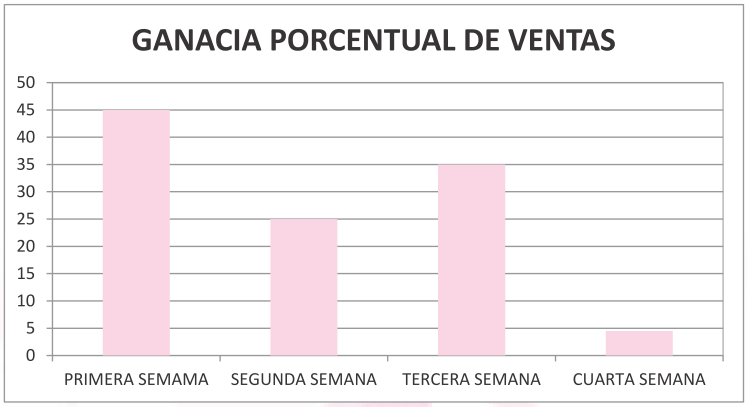
6) Calcular la cantidad de malla en metros que se requiere para encerrar el siguiente terreno, teniendo en cuenta el siguiente gráfico:



A) 66m
B) 76m
C) 74m
D) 56 + X

7) Calcular el valor de "x" en el polígono siguiente: Si el ángulo A: (3x)º y B: (2x)º y los ángulos C y D, rectos.

A) 18°
B) 180°
C) 36°
D) 72°



8) El gráfico anterior muestra el porcentaje de ventas de un libro con relación al total de ventas generales en una librería de la ciudad, en cuanto al comparativo obtenido es correcto afirmar que:

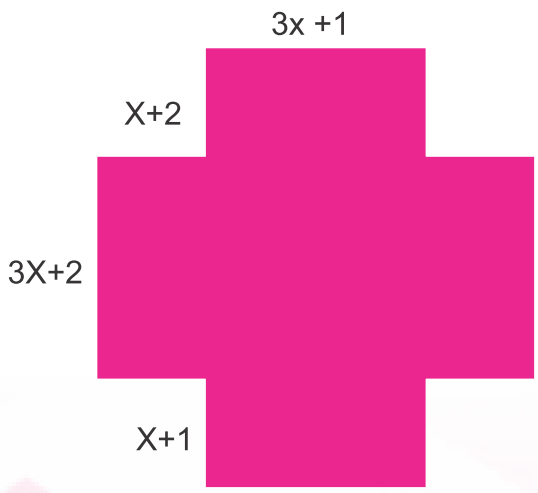
A) La venta del libro se mantiene con relación a la media de ventas general.
B) En la semana del lanzamiento se registró el más bajo registro de ventas del libro.
C) Se aconseja mantener el libro en venta porque para la quinta semana se espera la repetición del ciclo de ventas y será aproximadamente de 45%.
D) El administrador tendrá que considerar seriamente la opción de sacar el libro del mercado ya que su tendencia de ventas en general ha disminuido considerablemente.

9) En un colegio público hay 510 estudiantes de último nivel y a final del año se gradúan solamente 559 estudiantes. Si el número total de estudiantes matriculados se mantiene hasta el día de la graduación, ¿el porcentaje de estudiantes que perdieron el año o fueron aplazados por otros motivos para su graduación es?

A) 18%
B) 10%
C) 6%
D) 0.1%

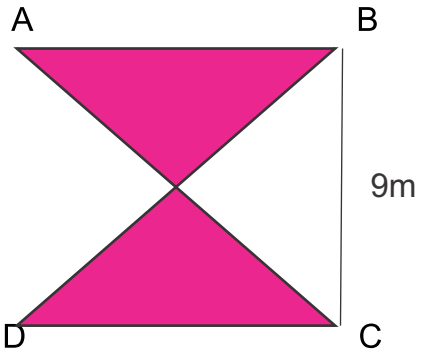
PREGUNTA ABIERTA:

10) Teniendo en cuenta la figura anterior, halla una expresión para el perímetro, en función de X (Justifica tu respuesta o especifica el proceso).



ESPACIAL Y GEOMÉTRICO

TENIENDO EN CUENTA LA DISTRIBUCIÓN DE LA SIGUIENTE FIGURA, RESPONDA DE LA PREGUNTA 11 A LA 13.



11) Si sabemos que la figura sombreada está compuesta por dos triángulos congruentes, es correcto afirmar que:

A) El área sombreada se puede calcular gracias a la congruencia de los triángulos, porque la altura de cada uno es la mitad del segmento lateral de 9m

B) Si los triángulos son congruentes, existe una correspondencia lado-lado-lado de los triángulos, que permite calcular el área total.

C) La información otorgada por la figura, es insuficiente para resolver el interrogante de las áreas, ya que, aunque es posible obtener la altura de cada triángulo, se necesita el valor numérico de la base para realizar el cálculo del área total.

D) Podemos hallar el área del rectángulo y restarle el área de los triángulos no sombreados que se forma si unimos los puntos A, B, C, D.

12) Si conocemos que la longitud del segmento DC es de 8 m. ¿Cuál será el valor del área sombreada?

A) 240 m²
B) 24 m²
C) 72 m²
D) 36 m²

13) Aceptando que el valor de la longitud del segmento AB es de 8 m, calcular el perímetro de la figura sombreada.

A) 18 m
B) 28 m
C) 26 m
D) 36 m

14) En el reloj de la catedral central, se observan las 4 pm en punto y un docente de matemáticas decide incluir la siguiente pregunta en el examen de geometría: ¿Cuál es el ángulo en grados sexagesimales, que separa las manecillas del reloj en ese preciso instante? Y la respuesta correcta es:

A) 120º
B) 45º
C) 90º
D) 76º

15) Un recipiente cilíndrico recto, cuya base circular tiene un área de 12 cm², tiene una altura de 25 cm, si se llena hasta sus tres quintas partes de su capacidad, el volumen de fluido contenido es igual a:

A) 300 cm³
B) 30 cm³
C) 180 cm³
D) 18 cm³

VARIACIONAL

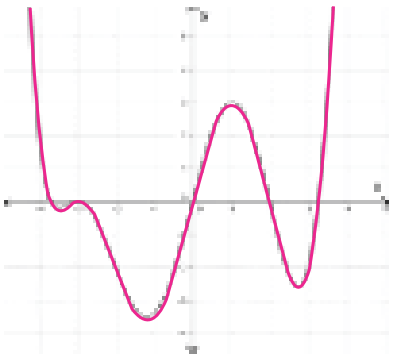
CONTESTE LAS PREGUNTAS 16 Y 17 CON RESPECTO A LA SIGUIENTE INFORMACIÓN

Los puntos de corte o intersectos con el "**eje x**" (horizontal) de una función cuadrática son $x = -3$, y $x = 3$.

16. Si la función corta al "**eje y**" en un valor positivo podemos asegurar que:
    a. La función tiene un punto máximo en $[0,9]$
    b. La función es positiva en el intervalo $[-3,3]$
    c. La función es positiva en el intervalo $[-\infty,-3]$
    d. La función tiene un punto mínimo en $[0,-9]$

17. La función que modela el problema es:
    a. $y = -\frac{1}{3}x^2 + 3$
    b. $y = x^2 + 9$
    c. $y = -x^2 - 3$
    d. $y = \frac{1}{3}x^2 - 9$

LAS PREGUNTAS 18 Y 19 SE CONTESTAN CON BASE EL LA SIGUENTE GRÁFICA.



18. Según la gráfica; el número de raíces que tiene la función allí representada es:
    a. 1
    b. 3
    c. 4
    d. 5

19. El punto $(1,3)$ es un punto máximo de la función porque:

a. Es el punto más alto de la gráfica
b. Porque allí la pendiente es mayor
c. Porque la pendiente en ese punto es cero
d. Porque la recta tangente a la función en ese punto es vertical

20. De la gráfica de la función es **falso** asegurar que:

a. $f(-3) = f(0) = f(2)$
b. Tiene un solo punto de corte con el eje y.
c. Tiene dos puntos mínimos
d. No tiene asíntotas verticales.

ALEATORIO

RESPONDA PREGUNTAS 21 Y 22 DE ACUERDO CON LA SIGUIENTE INFORMACIÓN

La Dirección de Tránsito y Transporte, quiere un nuevo diseño para las placas de automóviles del municipio, la figura muestra el diseño presentado; en donde las dos primeras son letras seguidas de tres dígitos. Tenga en cuenta que de la A… Z hay 27 letras.

16. La cantidad de placas diferentes que se pueden elaborar son:

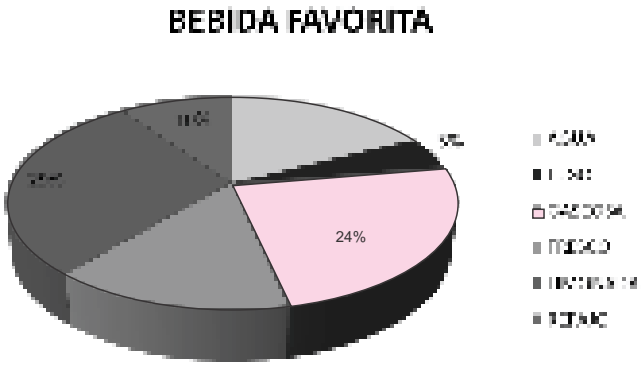
a. 729.000
b. 531.441
c. 100.000
d. No es posible calcular ese dato.

17. Si se pusiera la condición que no se aceptan repeticiones de letra o número en una misma placa, la cantidad de placas diferentes que se pueden elaborar sería.

a. 544.320
b. 531.441
c. 729.000
d. 100.000

LA PREGUNTA 23 SE CONTESTAN CON BASE EN LA SIGUIENTE INFORMACIÓN

Se realizó una encuesta a los grupos de grado undécimo en la institución sobre sus preferencias a la hora de una bebida para refrescarse. Los resultados obtenidos se muestran en la siguiente gráfica en donde por un error de impresión no aparecen los porcentajes de los que prefieren agua y fresco.



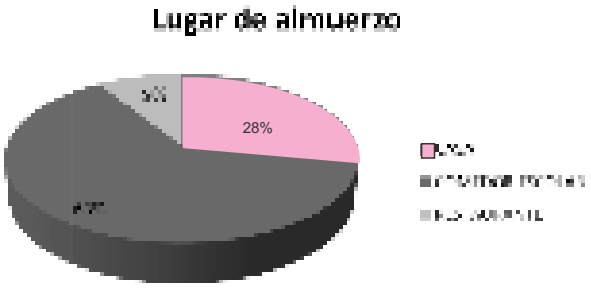
23. De lo anterior se puede asegurar que:

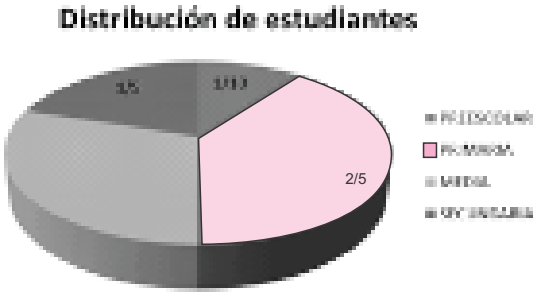
a. La cantidad de estudiantes que prefieren agua o fresco es mayor que los que prefieren limonada o jugo.
b. Los que prefieren fresco son mayoría.
c. Los que prefieren beber agua son aproximadamente 20 estudiantes.

La cantidad de estudiantes que prefieren gaseosa o limonada es menor que los que prefieren beber agua, fresco, refajo o jugo.

CONTESTE LAS PREGUNTAS 24, 25 Y 26 DEACUERDO CON LA SIGUIENTE INFORMACIÓN

En una investigación realizada a los 500 estudiantes una institución educativa por el departamento de trabajo social, tuvo como objetivo verificar en cuál de los siguientes lugares: casa, comedor escolar o restaurante, los estudiantes toman su almuerzo. La investigación arrojó los resultados obtenidos en las siguientes gráficas: la primera muestra el porcentaje de estudiantes de la institución que almuerzan en cada lugar, y la segunda muestra en fracción, la distribución de la totalidad de estudiantes por grados.





24. La cantidad de estudiantes de educación Media que toman su almuerzo en casa es:

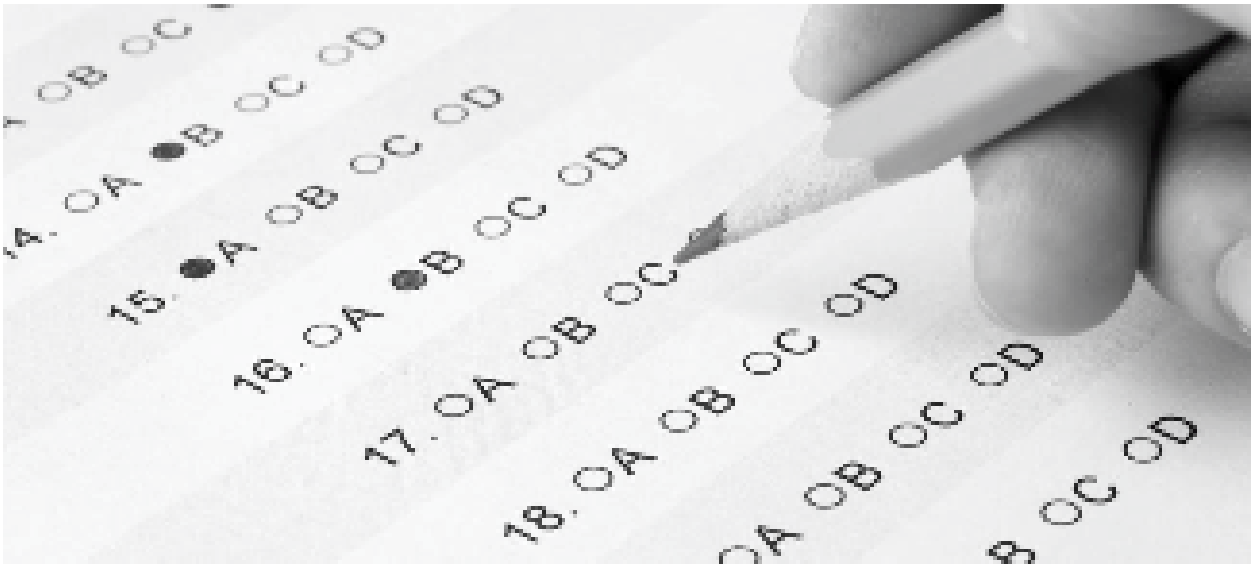
a. 42
b. 140
c. 93
d. No es posible calcularlo, ya que no aparece en el gráfico cuantos estudiantes son de educación media

25. El número de estudiantes de secundaria que hacen uso del comedor escolar es:

a. 63
b. 315
c. 100
d. 78

26. Es falso asegurar que:

a. La cantidad de estudiantes de primaria y preescolar, son exactamente la mitad de los estudiantes del colegio.
b. Los estudiantes que almuerzan en casa son 140
c. Que el 9% de los estudiantes de primaria almuerzan en restaurante



RESPUESTAS

1. D	2. B	3. A	4. A	5. B
6. C	7. C	8. D	9. B	10. ¿?
11. C	12. B	13. D	14. A	15. C
16. B	17. A	18. D	19. C	20. C
21. A	22. A	23. D	24. A	25. A
26. D				

GOBERNACIÓN DEL AMAZONAS
Gestión y Ejecución

UNIPAZ
Decreto Ordenanzal 0331 de 1987
Gobernación de Santander
Vigilada Mineducación
NIT 800.024.581-3

SEA - SECRETARÍA DE EDUCACIÓN DEL AMAZONAS

Marsof

CONVENIO DE COOPERACIÓN INTERINSTITUCIONAl
No. 005 de 2017